1 Reelle Zahlen

1.1 Reelle Zahlen

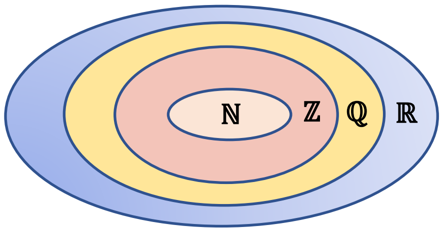
$\mathbb{Q}$: Menge der rationalen Zahlen
Rationale Zahlen lassen sich als endliche oder unendlich periodische Brüche darstellen.

Bsp.: $-17\,;\ \frac{2}{3}\,;\ 0\,;\ 10{,}55\,;\ 6{,}5\overline{81}\,;\ \sqrt{9}$

$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$: Menge der irrationalen Zahlen
Irrationale Zahlen lassen sich nicht als Brüche darstellen.

Bsp.: $\sqrt{3}\ ;\ \sqrt{99}\ ;\ \sqrt{1{,}6}\ ;\ 1{,}121122111222\ldots\ ;\ \pi$

$\mathbb{R}$: Menge der reellen Zahlen
Reelle Zahlen sind alle rationalen und irrationalen Zahlen zusammen.

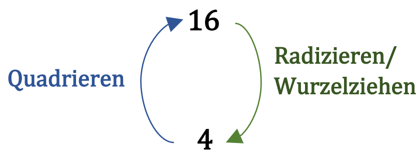


$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

1.2 Quadratwurzeln – Definition

$\sqrt{a}$ ist die nichtnegative Zahl, die mit sich selbst multipliziert a ergibt.
Man nennt $\sqrt{a}$ **Quadratwurzel von a** (kurz: **Wurzel von a**).

Bsp.: $\sqrt{16} = 4$, *denn* $4 \cdot 4 = 16$ *4 ist die Wurzel von 16.*



Aus negativen Zahlen kann man keine Wurzel ziehen, d.h. nur für $a \geq 0$ ist $\sqrt{a}$ überhaupt definiert.

Bsp.: $\sqrt{-16}$ *ist nicht definiert.*

$\sqrt{a}$ Die **Zahl a** unter der Wurzel heißt **Radikand**.

1.3 Quadratwurzeln – Rechnen

Allgemein gilt: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a}^2 = a$ und $\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$				
Bsp.: $\sqrt{3}^2 = 3$;	$\sqrt{-3}^2$ *ist nicht definiert.*	$\sqrt{(-3)^2} = 3$;	$\sqrt{(3x)^2} = \sqrt{9x^2} = 3\,\lvert x\rvert$	
Für reelle Zahlen $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt:	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	
Bsp.:	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{100} = 10$;	$\sqrt{45} : \sqrt{5} = \sqrt{9} = 3$;	$\frac{\sqrt{250}}{\sqrt{10}} = \sqrt{25} = 5$	
ACHTUNG:	$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ und $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$		*Bsp.:* $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3{,}15$, ***aber*** $\sqrt{5} \approx 2{,}24$	

2 Quadratische Gleichungen und Funktionen

2.1 Lösen quadratischer Gleichungen

Lösungsformel für quadratische Gleichungen (Mitternachtsformel, kurz „MNF"):
Sie liefert alle Lösungen der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$; $(a \neq 0)$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Die **Anzahl** der Lösungen erkennt man an der **Diskriminante $D = b^2 - 4ac$:**

$D > 0$: zwei Lösungen	
$D = 0$: eine Lösung	
$D < 0$: keine Lösung	

Bestimme die Anzahl der Lösungen und berechne diese gegebenenfalls:
$$0{,}1x^2 + 3x - 5 = 0$$

$a = 0{,}1;\ b = 3;\ c = -5$ **Diskriminante $D = 3^2 - 4 \cdot 0{,}1 \cdot (-5) = 11 > 0$** $\Rightarrow$ Es gibt **zwei Lösungen**,
nämlich: $x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{11}}{2 \cdot 0{,}1} \Rightarrow x_1 = \frac{-3-\sqrt{11}}{0{,}2} \approx -31{,}58$ oder $x_2 = \frac{-3+\sqrt{11}}{0{,}2} \approx 1{,}58$

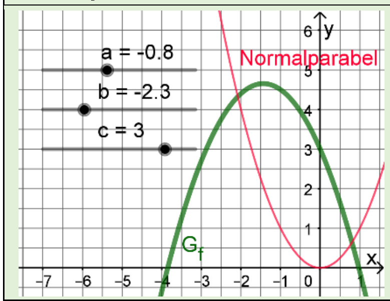
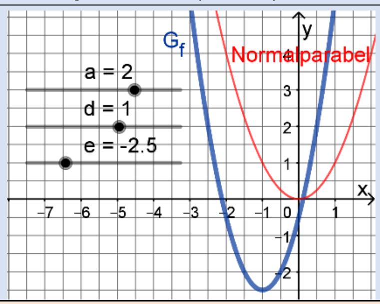
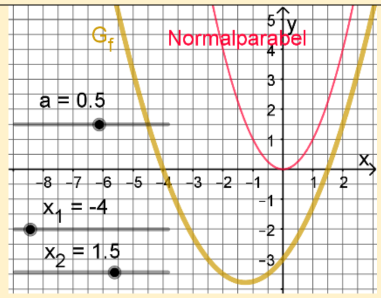
Sonderfälle mit alternativen Lösungswegen zur MNF:

$b = 0$: **Auflösen nach x**	$c = 0$: **Ausklammern von x**
Löse die Gleichung $3x^2 - 2 = 0$.	*Löse die Gleichung* $-0{,}4x^2 + 2x = 0$.
$3x^2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow 3x^2 = 2 \quad \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3}$	$-0{,}4x^2 + 2x = 0$
$\Rightarrow \lvert x\rvert = \sqrt{\frac{2}{3}}$	$\Rightarrow x \cdot (-0{,}4x + 2) = 0$
	$\Rightarrow x_1 = 0\,;\ -0{,}4 \cdot x_2 + 2 = 0$
$\Rightarrow x_1 = -\sqrt{\frac{2}{3}} \approx -0{,}82$ oder $x_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0{,}82$	$\Rightarrow x_1 = 0$ oder $x_2 = 5$

2.2 Quadratische Funktionen – Definition

Eine Funktion, in deren Funktionsterm die Funktionsvariable (meist x) quadratisch (also $\boldsymbol{x^2}$), aber nicht in höherer Potenz vorkommt (also kein x^3 oder x^4...), heißt **quadratische Funktion**. Der zugehörige Graph heißt **Parabel**. Als **Scheitelpunkt** bezeichnet man bei nach oben geöffneten Parabeln den tiefsten Punkt, bei nach unten geöffneten Parabeln den höchsten Punkt des Graphen. Den Graphen zur Funktion $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ nennt man **Normalparabel.**

2.3 Darstellungsformen von quadratischen Funktionen

<table>
<tr><th>Allgemeine Form/
ausmultiplizierte Form</th><th>Scheitelform/
Scheitelpunktform</th><th>Nullstellenform/
faktorisierte Form</th></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$</td><td>$\boldsymbol{f(x) = a(x + d)^2 + e}$</td><td>$\boldsymbol{f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)}$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="3">Die Parabel G_f ist... für $\boldsymbol{a > 0}$: nach oben geöffnet. für $\boldsymbol{|a| > 1}$: enger als die Normalparabel.
für $\boldsymbol{a < 0}$: nach unten geöffnet . für $\boldsymbol{|a| < 1}$: weiter als die Normalparabel.</td></tr>
<tr><td>• $\boldsymbol{y -}$ Achsenabschnitt $\boldsymbol{(0|c)}$</td><td>• Scheitelpunkt $\boldsymbol{S(-d|e)}$</td><td>• Nullstellen: $\boldsymbol{x_1}$ und $\boldsymbol{x_2}$</td></tr>
<tr><td>• Die Mitternachtsformel (MNF) liefert die Nullstellen:
$$\boldsymbol{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$</td><td>• Verschiebung lässt sich direkt ablesen: Die Parabel ist
- um $\boldsymbol{d}$ nach links verschoben.
- um $\boldsymbol{e}$ nach oben verschoben.</td><td>• Der $\boldsymbol{x -}$ Wert des Scheitels $\boldsymbol{x_s}$ liegt genau in der Mitte von $\boldsymbol{x_1}$ und $\boldsymbol{x_2}$: $\boldsymbol{x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}}$</td></tr>
</table>

2.4 Funktionsterme von Parabeln bestimmen

Je nach gegebenen Punkten wählt man einen geeigneten Ansatz:

gegeben:	***drei beliebige Punkte***	***Scheitelpunkt und ein weiterer Punkt***	***Nullstellen und ein weiterer Punkt***
Ansatz:	allgemeine Form	Scheitelform	Nullstellenform

Bsp.: *geg.:* **Scheitelpunkt** $\boldsymbol{S(-2|3)}$ **und Punkt** $\boldsymbol{P(1|4)}$ $\longrightarrow$ Ansatz: $\boldsymbol{f(x) = a(x + d)^2 + e}$

1. **Im Ansatz** $\boldsymbol{d}$ **und** $\boldsymbol{e}$ **ersetzen:** $f(x) = a(x + 2)^2 + 3$
2. **Die Koordinaten von** $\boldsymbol{P}$ **einsetzen und nach** $\boldsymbol{a}$ **auflösen:** $4 = a(1 + 2)^2 + 3 \Leftrightarrow 4 = a \cdot 9 + 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{9}$
3. **Mit dem ermittelten Parameter** $\boldsymbol{a}$ **den Funktionsterm aufstellen:** $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{9}(x + 2)^2 + 3}$

Bsp.: *geg.:* **Nullstellen** $\boldsymbol{x_1 = -2\,;\; x_2 = 3}$ **und Punkt** $\boldsymbol{Q(4|5)}$ $\longrightarrow$ **Ansatz:** $\boldsymbol{f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)}$

1. **Im Ansatz** $\boldsymbol{x_1}$ **und** $\boldsymbol{x_2}$ **ersetzen**: $f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$
2. **Die Koordinaten von** $\boldsymbol{P}$ **einsetzen und nach** $\boldsymbol{a}$ **auflösen**: $5 = a \cdot (4 + 2) \cdot (4 - 3) \Leftrightarrow 5 = \mathrm{a} \cdot 6 \Leftrightarrow a = \frac{5}{6}$
3. **Mit dem ermittelten Parameter** $\boldsymbol{a}$ **den Funktionsterm aufstellen:** $\boldsymbol{f(x) = \frac{5}{6} \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)}$

Bsp.: *geg.:* **Punkte** $\boldsymbol{A(-1|1)\,;\ B(3|5)\,;\ C(7|0)}$ → Ansatz: $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$

1. **Lineares Gleichungssystem (LGS) aufstellen**: Setze jeweils den $x-$ und $y-$Wert eines Punktes in den Ansatz ein:

(I)	$1 = (-1)^2a + (-1)b + c$	[Punkt A: $x -$ Koordinate -1; $y -$ Koordinate 1]
(II)	$5 = 3^2a + 3b + c$	[Punkt B: $x -$ Koordinate 3; $y -$ Koordinate 5]
(III)	$0 = 7^2a + 7b + c$	[Punkt C: $x -$ Koordinate 7; $y -$ Koordinate 0]

2. **Lösen des Gleichungssystems durch beliebige Methode** *(hier Einsetzungsverfahren):*

(I) $c = 1 + b - a$
(II) $5 = 9a + 3b + 1 + b - a$
(III) $0 = 49a + 7b + 1 + b - a$

(II) $4 \;=\; 8a \;+ 4b$ $\quad\Rightarrow 4 - 8a \;=\; 4b \;\Rightarrow b = 1 - 2a$
(III) $-1 = 48a + 8b$ $\quad$ → b einsetzen in (III): $48a + 8(1 - 2a) = -1$

$48a + 8 - 16a = -1$

$32a = -9 \qquad \Rightarrow \boldsymbol{a = -\frac{9}{32}}$

$\Rightarrow \boldsymbol{b = 1 - 2\cdot\left(-\frac{9}{32}\right) = \frac{25}{16}}$ $\qquad \Rightarrow \boldsymbol{c = 1 + \frac{25}{16} - \left(-\frac{9}{32}\right) = \frac{91}{32}}$

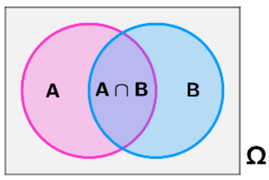
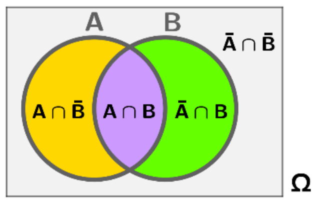
3. **Mit den ermittelten Parametern den Funktionsterm aufstellen:**

$$\boldsymbol{f(x) = -\frac{9}{32}x^2 + \frac{25}{16}x + \frac{91}{32}}$$

3 Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse

3.1 Verknüpfte Ereignisse und Mengendiagramme

Verknüpfungen zweier Ereignisse A und B eines Zufallsexperiments mit Ergebnismenge Ω können mithilfe von Mengendiagrammen dargestellt werden.

Schnittmenge $A \cap B$:	***A*** **und** (gleichzeitig) ***B*** **Ereignis *A und* Ereignis *B*** treffen zu.	
Vereinigungsmenge $A \cup B$:	***A*** **oder** (auch) ***B*** **Ereignis *A* *oder* Ereignis *B* *oder* beide** treffen zu. Wahrscheinlichkeit: $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$	
Zerlegung der Ergebnismenge Ω	Die Schnittmengen $\boldsymbol{A \cap \bar{B}}$, $\boldsymbol{A \cap B}$, $\boldsymbol{\bar{A} \cap B}$ und $\boldsymbol{\bar{A} \cap \bar{B}}$ bilden eine **Zerlegung von Ω.** Jedes $\boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{\Omega}$ liegt in genau einer dieser Teilmengen.	

3.2 Vierfeldertafel

Eine Vierfeldertafel ist eine übersichtliche Darstellung der Wahrscheinlichkeiten oder absoluten Häufigkeiten einer Zerlegung:

	B	$\bar{B}$	
A	$\boldsymbol{P(A \cap B)}$	$\boldsymbol{P(A \cap \bar{B})}$	$\boldsymbol{P(A)}$
$\bar{A}$	$\boldsymbol{P(\bar{A} \cap B)}$	$\boldsymbol{P(\bar{A} \cap \bar{B})}$	$\boldsymbol{P(\bar{A})}$
	$\boldsymbol{P(B)}$	$\boldsymbol{P(\bar{B})}$	$\boldsymbol{P(\Omega) = 1}$

	B	$\bar{B}$	
A	$\boldsymbol{H(A \cap B)}$	$\boldsymbol{H(A \cap \bar{B})}$	$\boldsymbol{H(A)}$
$\bar{A}$	$\boldsymbol{H(\bar{A} \cap B)}$	$\boldsymbol{H(\bar{A} \cap \bar{B})}$	$\boldsymbol{H(\bar{A})}$
	$\boldsymbol{H(B)}$	$\boldsymbol{H(\bar{B})}$	$\boldsymbol{H(\Omega)}$

Bsp.: In einem Bücherregal stehen 40 Bücher, von denen 10 Schulbücher (S) sind. Von den Schulbüchern wurden in den letzten drei Monaten 4 Bücher benutzt (B), von den anderen Büchern 5.

	B	$\bar{B}$	
S	$\boldsymbol{0,1}$	$\boldsymbol{0,15}$	$\boldsymbol{0,25}$
$\bar{S}$	$\boldsymbol{0,125}$	$\boldsymbol{0,625}$	$\boldsymbol{0,75}$
	$\boldsymbol{0,225}$	$\boldsymbol{0,775}$	$\boldsymbol{1}$

	B	$\bar{B}$	
S	**4**	**6**	**10**
$\bar{S}$	**5**	**25**	**30**
	9	**31**	**40**

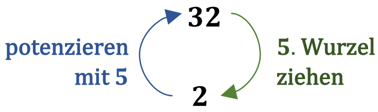
4 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und n – te Wurzel

4.1 n – te Wurzeln

$\sqrt[n]{a}$ ist die nichtnegative Zahl, die n – **mal** mit sich selbst **multipliziert** a ergibt (*d.h. deren* n *– te Potenz* a *ergibt*).

Man nennt $\sqrt[n]{a}$ die **n – te Wurzel von a.** ($a \geq 0; n \in \mathbb{N}, n \geq 2$)

Bsp.: $\sqrt[5]{32} = 2$, *denn* $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ *2 ist die 5. Wurzel von 32.*



4.2 Potenzen mit rationalen Exponenten

Man kann Wurzeln auch als Potenzen mit rationalen Exponenten darstellen. ($a \geq 0;\ z \in \mathbb{N}; n \in \mathbb{N}, n \geq 2$):

$$a^{\frac{z}{n}} = \sqrt[n]{a^z} \qquad a^{-\frac{z}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^z}} \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

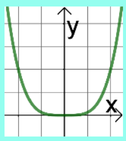
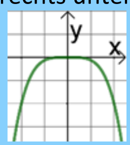
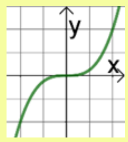
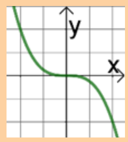
So kann man beim Rechnen die Potenzgesetze anwenden.

Bsp.: $\sqrt[3]{\sqrt{x}^7} \cdot \frac{x}{\sqrt[6]{x}} = \left(\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^7\right)^{\frac{1}{3}} \cdot x \cdot x^{-\frac{1}{6}} = x^{\frac{7}{6}} \cdot x^1 \cdot x^{-\frac{1}{6}} = x^{\frac{7}{6}+1-\frac{1}{6}} = x^{\frac{12}{6}} = x^2$

4.3 Potenzfunktionen

Man nennt Funktionen der Form $f(x) = a \cdot x^n$ ($a \in \mathbb{R}\backslash\{0\};\ n \in \mathbb{N}$) **Potenzfunktionen.**

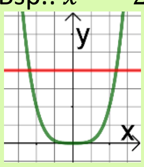
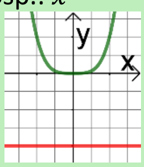
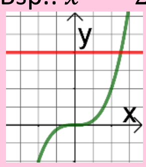
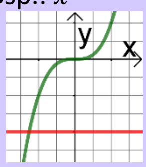
n gibt den **Grad** der Potenzfunktion an.

	gerader Exponent n		ungerader Exponent n	
	$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$
Symmetrie	Achsensymmetrie zur y – Achse		Punktsymmetrie zum Ursprung	
Monotonieverhalten	auf $]-\infty; 0[$ fallend auf $]0; +\infty[$ steigend	auf $]-\infty; 0[$ steigend auf $]0; +\infty[$ fallend	steigend auf ganz $\mathbb{R}$	fallend auf ganz $\mathbb{R}$
Wertemenge	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}_0^-$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
charakteristischer Verlauf	von links oben nach rechts oben  Bsp.: $f(x) = x^4$	von links unten nach rechts unten  Bsp.: $f(x) = -x^4$	von links unten nach rechts oben  Bsp.: $f(x) = x^3$	von links oben noch rechts unten  Bsp.: $f(x) = -x^3$

Alle Graphen verlaufen durch die Punkte $(\mathbf{0}|\mathbf{0})$ und $(\mathbf{1}|\boldsymbol{a})$.

4.4 Potenzgleichungen

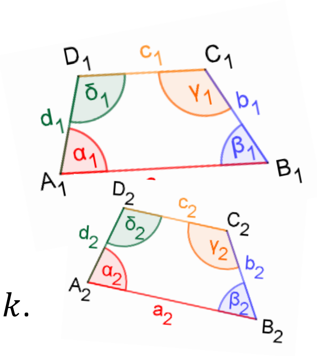
Potenzgleichungen der Form $x^n = c$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2, c \in \mathbb{R}$) haben folgende Lösungen:

n gerade		n ungerade	
$c > 0$	$c < 0$	$c > 0$	$c < 0$
Bsp.: $x^4 = 2$  $x_1 = \sqrt[4]{2}$; $x_2 = -\sqrt[4]{2}$	Bsp.: $x^4 = -2$  keine Lösung	Bsp.: $x^3 = 2$  $x = \sqrt[3]{2}$	Bsp.: $x^3 = -2$  $x = -\sqrt[3]{2}$
zwei Lösungen: $x_1 = \sqrt[n]{c}$; $x_2 = -\sqrt[n]{c}$	**keine Lösung**	**eine Lösung:** $x = \sqrt[n]{c}$	**eine Lösung:** $x = -\sqrt[n]{\lvert c \rvert}$
$x^n = 0$ **hat eine Lösung:** $x = 0$			

5 Ähnlichkeit und Strahlensatz

5.1 Ähnlichkeit

Zwei Figuren F_1 und F_2 heißen **ähnlich zueinander**, wenn man sie durch maßstäbliches Vergrößern/Verkleinern auf zueinander kongruente Figuren abbilden kann. Den Faktor, mit dem man eine Streckenlänge aus F_1 multipliziert, um die entsprechende Streckenlänge in F_2 zu erhalten, nennt man **Ähnlichkeitsfaktor** $\boldsymbol{k}$.



In zueinander ähnlichen Figuren

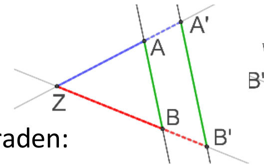
- sind **entsprechende Winkel gleich groß**: $\alpha_1 = \alpha_2$; $\beta_1 = \beta_2$; $\gamma_1 = \gamma_2$; $\delta_1 = \delta_2$.
- stehen **entsprechende Streckenlängen im selben Verhältnis**: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{d_2}{d_1} = k$.

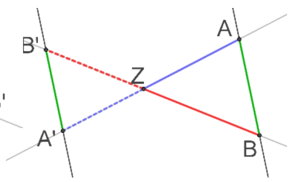
5.2 Strahlensätze

Werden zwei Geraden, die sich einem Punkt Z schneiden, von zwei Parallelen geschnitten, so gilt:

- In den daraus resultierenden ähnlichen Dreiecken stehen entsprechende Strecken im selben Verhältnis:

  z.B.: $\frac{|\overline{ZA'}|}{|\overline{ZA}|} = \frac{|\overline{ZB'}|}{|\overline{ZB}|} = \frac{|\overline{A'B'}|}{|\overline{AB}|}$





- Je zwei Abschnitte auf der einen Gerade stehen im selben Verhältnis wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen Geraden:

  z.B.: $\frac{|\overline{AA'}|}{|\overline{ZA}|} = \frac{|\overline{BB'}|}{|\overline{ZB}|}$ und $\frac{|\overline{AA'}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{BB'}|}{|\overline{ZB'}|}$

5.3 Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

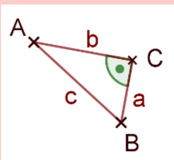
Zwei Dreiecke sind bereits dann ähnlich,

- wenn sie in zwei Winkeln übereinstimmen (**WW-Satz**).
- wenn alle entsprechenden Seitenlängen im selben Verhältnis zueinander stehen (**S:S:S-Satz**).

6 Satz des Pythagoras und seine Umkehrung

Satz des Pythagoras:

Voraussetzung:
Wir betrachten ein **rechtwinkliges Dreieck**.



Folgerung: Dann gilt immer:
Die **Summe der beiden Kathetenquadrate** ist gleich dem **Hypotenusenquadrat**. (**Bsp.:** $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$)

Kehrsatz zum Satz des Pythagoras:

Voraussetzung:
In einem Dreieck mit den Seiten a, b und c wird die Gleichung $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$ **erfüllt.**

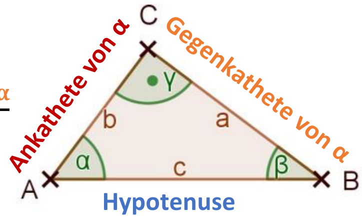
Folgerung: Dann hat das betrachtete Dreieck einen **rechten Winkel gegenüber der Seite** $\boldsymbol{c}$.

7 Trigonometrie

7.1 Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:

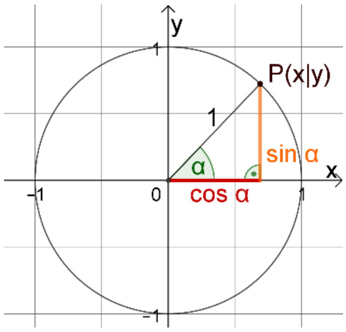
$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Hypotenuse}}\ ;\ \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete von }\alpha}{\text{Hypotenuse}}\ ;\ \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Ankathete von }\alpha}$$



7.2 Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Ist $P(x|y)$ ein Punkt auf dem Einheitskreis und **α** der Winkel, der im Uhrzeigersinn von der $x-$Achse zur Strecke $\overline{OP}$ gemessen wird, so gilt:

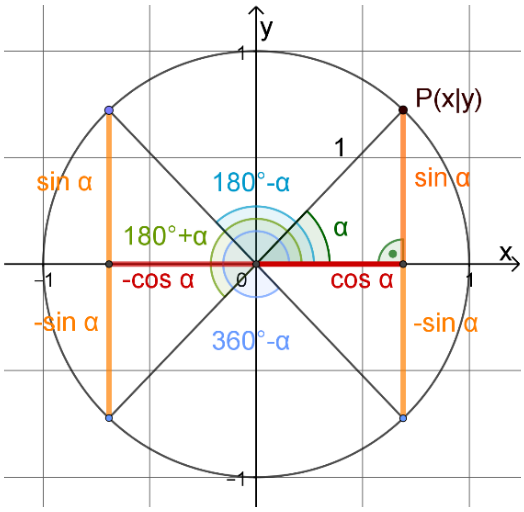
$\cos\alpha = x$ und $\sin\alpha = y$



Es werden festgelegt:

α	0°	90°	180°	270°	360°
sin α	0	1	0	-1	0
cos α	1	0	-1	0	1

Für Winkel zwischen 90° und 360° gilt:



$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$

$\sin(360° - \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(360° - \alpha) = \cos\alpha$

7.3 Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

(I) $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$ und $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$

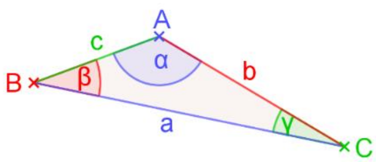
(II) $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$ (*trigonometrischer Pythagoras*)

(III) $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $(\alpha \neq 90°)$

7.4 Sinussatz

In jedem Dreieck ABC verhalten sich die Längen zweier Seiten wie die Sinuswerte ihrer Gegenwinkel:

$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$



7.5 Kosinussatz

In jedem Dreieck ABC gilt:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$